# 5.Случайные величины. Дискретные случайные величины.

**Случайная величина (СВ)** – это величина, которая в результате опыта может принимать те или иные значения, причем до опыта мы не можем сказать, какое именно значение она примет.

СВ обозначаются буквами латинского алфавита X, Y, Z.

СВ могут быть трех **типов**:

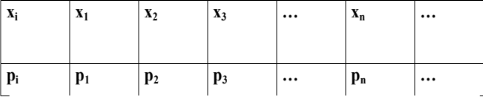
* дискретные
* непрерывные
* смешанные

Дискретная случайная величина (ДСВ) может принимать **конечное или** **бесконечное счетное число значений**.

Например, подбрасываем монету 5 раз. Случайная величина X- число появлений герба: 0,1,2,3,4,5.

Пусть X - дискретная случайная величина, которая принимает значения: x1, x2, ..., хn... с некоторой вероятностью pi ,где i = 1,2,..., n,...

Значения хi, и соответствующие рi, представляют в виде таблицы:



Эта таблица является одной из форм задания ДСВ. Обычно случайные величины располагаются в возрастающем порядке. Основное свойство таблицы заключено в том, что **сумма вероятностей равна 1**:

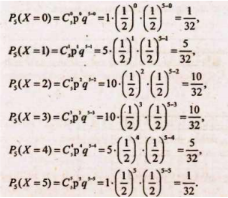
Задача-пример:

---------------------

Монета бросается 5 раз. Представим закон распределения ДСВ Х- числа появлений герба, в виде таблицы.

ДСВ X может принимать значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Вероятность появления герба в одном опыте р=1/2, непоявления q=1/2, n = 5. Таким образом, выполняются условия применения формулы Бернулли.

Имеем:



С – это сочетания, проходили когда-то, формула-напоминание:



Полученные данные можно представить в виде таблицы распределения:



---------------------

Дискретная случайная величина может быть представлена в виде **многоугольника распределения** - фигуры, состоящей из точек (xi, pi), соединенных отрезками (рис. 8).

Над случайными величинами устанавливаются операции сложения и умножения.

1. **Суммой** двух случайных величин X и Y называется случайная величина, которая получается в результате сложения всех значений случайной величины X и всех значений случайной величины Y, соответствующие вероятности перемножаются.
2. **Произведением** двух случайных величин Х и Y называется случайная величина, которая получается в результате перемножения всех значений случайной величины X и всех значений случайной величины Y, соответствующие вероятности перемножаются.

Задача-пример:

---------------------



Z = X + Y.



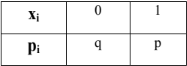
Одинаковые значения СВ можно записать один раз, предварительно сложив соответствующие вероятности:



---------------------

***Распределения дискретных случайных величин:***

1. **Закон распределения Бернулли**. Случайная величина X, распределенная по закону Бернулли (индикаторная случайная величина) принимает значения 1 - успех или 0 - неудача, с вероятностями р и q соответственно (p + q = 1).



2. **Биномиальный закон распределения**. Случайная величина X принимает значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5,..., п, с вероятностью, определяемой по формуле Бернулли :



***Числовые характеристики дискретных случайных величин:***

I. Характеристики положения **ряда распределения**:

1. Математическое ожидание.

2. Медиана.

3. Мода.

II. Характеристики **рассеяния**:

1. Дисперсия.

2. Среднее квадратическое отклонение.

**Математическим ожиданием М(Х) ДСВ X** называется среднее значение случайной величины:



**Свойства математического ожидания**:

1. Математическое ожидание постоянной величины равно ей самой: M[C]=C, C – постоянная;
2. M[C • X] = C • M[X]
3. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме их математических ожиданий: M[X + Y] = M[X] + M[Y]
4. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий: M[X • Y] = M[X] • M[Y], если X и Y независимы.

**Медиана Mе (X)** - это значение случайной величины, которое делит таблицу распределения на две части таким образом, что вероятность попадания в одну из них равна 0,5.

**Мода Мо (Х)** распределения - это значение СВ, имеющее наиболее вероятное значение.

**Дисперсией ДСВ X** называется математическое ожидание квадрата отклонения СВ от ее математического ожидания:



**Свойства дисперсии:**

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю: D(С) = 0.
2. Постоянный множитель можно вынести из-под знака дисперсии, возведя его в квадрат: D(k\*X) = k2D(X).
3. Если случайные величины X и Y независимы, то дисперсия суммы равна сумме дисперсий: D(X + Y) = D(X) + D(Y).
4. Если случайные величины X и Y зависимы: D(X + Y) = DX + DY + 2(X - M[X])(Y - M[Y])
5. Для дисперсии справедлива вычислительная формула: D(X) = M(X2) - (M(X))2

**Дисперсия характеризует средний квадрат отклонения ДСВ**, поэтому на практике часто используют в качестве характеристики разброса среднее квадратическое отклонение:

